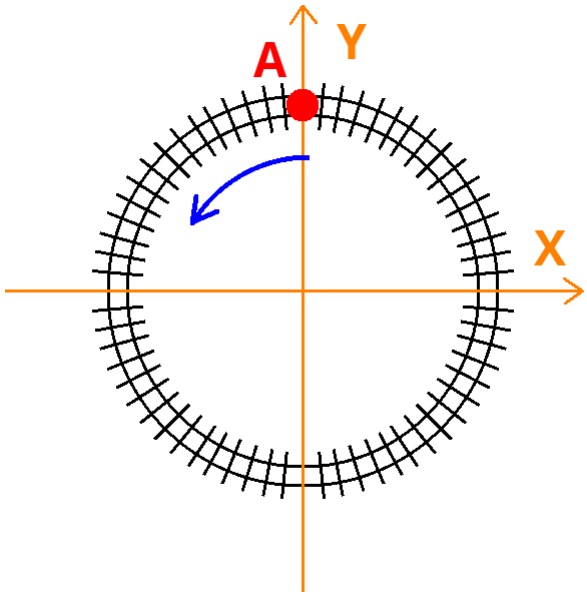
FISICA MECANICA

Problema 1



Una locomotora a escala comienza a dar vueltas en una vía circular de radio $0.50[m]$ como se muestra en la figura.
El tren comienza a moverse a partir del reposo (en el tiempo $t = 0[s]$) desde el punto A y en sentido antihorario de manera tal que su aceleración tangencial es constante. Logra dar su primera vuelta en un intervalo de tiempo de $4.0[s]$.

Trabaje las cantidades angulares en radianes.

a) Determine mediante integración la ecuación de la rapidez angular en función del tiempo (con la aceleración angular como incógnita).
b) Determine mediante integración la ecuación de la dirección del vector posición en función del tiempo (con la aceleración angular como incógnita).
c) Determine el valor de la aceleración angular y reescriba las ecuaciones encontradas en la pregunta a) y b).
d) Determine la aceleración de la locomotora en coordenadas polares para el instante de tiempo en que ha completado exactamente una vuelta.
e) Dibuje esquemáticamente la aceleración de la locomotora para el lugar en que la locomotora completa una vuelta.

PAUTA

Como la aceleración tangencial es constante eso implica que la aceleración angular también lo es. Luego:

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
$d\omega = \alpha dt$
$\int d\omega = \int \alpha dt$
$\omega = \alpha t + C$

Como la locomotora comienza el movimiento detenida en el tiempo $t = 0$, entonces:
$0 = \alpha * 0 + C$
$C = 0$

$\omega = \alpha t$ (4 Puntos)

Luego:
$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
$\alpha t = \frac{d\theta}{dt}$
$d\theta = (\alpha t)dt$
$\int d\theta = \int (\alpha t)dt$
$\theta = 1/2\alpha t^2 + C$

Como la locomotora comienza el movimiento en la posición angular $\theta(t = 0) = \pi/2[rad]$, entonces:
$\pi/2[rad] = 1/2\alpha * 0^2 + C$
$C = \pi/2[rad]$

Finalmente:
$\theta = 1/2\alpha t^2 + \pi/2[rad]$ (4 Puntos)

Para que la locomotora de una vuelta completa, tiene que llegar a la posición angular $\theta(t_A = 4.0[s]) = (2\pi + \pi/2)[rad]$
$(2\pi + \pi/2)[rad] = 1/2\alpha t_A^2 + \pi/2[rad]$
$(2\pi)[rad] = 1/2\alpha t_A^2$
$4\pi[rad] = \alpha t_A^2$
$\alpha = \frac{4\pi[rad]}{(4.0[s])^2}$
$\alpha = 0.79[rad/s^2]$ (4 Puntos)

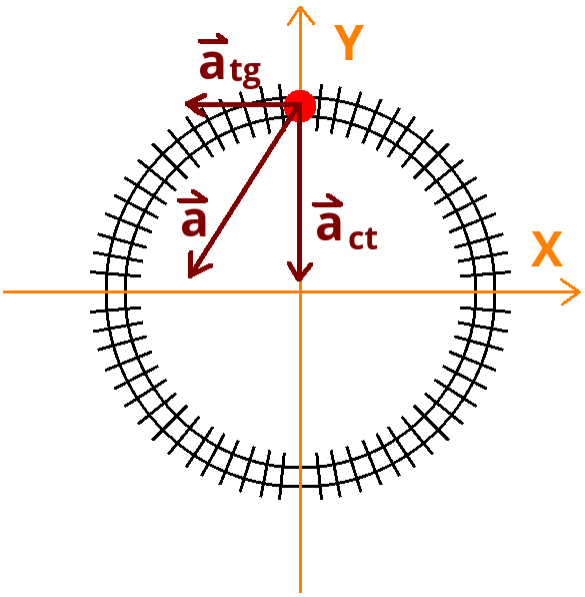
Luego:
$\theta(t) = 0.40[rad/s^2]t^2 + 1.57[rad]$ (2 Puntos)
$\omega(t) = 0.79[rad/s^2]t$ (2 Puntos)
$\alpha = 0.79[rad/s^2]$

La velocidad angular justo cuando está dando la vuelta es:
$\omega = 0.79[rad/s^2] * 4.0[s]$
$\omega = 3.16[rad/s]$

La aceleración centripeta en ese momento será:
$\vec{a}_{ct} = -R\omega^2\hat{r}$
$\vec{a}_{ct} = -0.50[m] * (3.16[rad/s])^2\hat{r}$
$\vec{a}_{ct} = -4.99[m/s^2]\hat{r}$ (4 Puntos)

La aceleración tangencial en ese momento será:
$\vec{a}_{ct} = R\alpha\hat{\theta}$
$\vec{a}_{ct} = 0.50[m] * (0.79[rad/s^2])\hat{\theta}$
$\vec{a}_{ct} = 0.40[m/s^2]\hat{\theta}$ (4 Puntos)

Finalmente el vector aceleración es el siguiente:
$\vec{a}(t) = \vec{a}_{ct} + \vec{a}_{tg}$
$\vec{a}(t) = (-4.99\hat{r} + 0.40\hat{\theta})[m/s^2]$ (3 Puntos)



(3 Puntos)